平成28年度

金沢大学理工学域編入学試験

数物科学類　数学コース

（注　意）

1　問題紙は指示のあるまで開かないこと.

2　問題紙は3枚（表紙を含む）, 答案用紙は5枚, 下書き用紙は2枚である.

3　問題は5問である. 答えは, すべて答案用紙の指定欄に記入すること.

4　白紙の答案用紙でも, 受験番号を記入して提出すること.

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること.

金沢大学理工学域 編入学試験	問　　題
科　目　名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 数学コース

[1] k を実数とする．$\boldsymbol{R}^3$ の部分集合

$$W = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{array}{l} 2x + 10y + 3z = 0, \\ 3x + 15y + kz = 0 \end{array} \right\}$$

を考える．次の問いに答えよ．

(1) W が $\boldsymbol{R}^3$ の部分空間であることを示せ．

(2) W の次元と基底の 1 組を求めよ．

(3) W の直交補空間 $W^{\perp}$ を求めよ．

[2] A, B を n 次正方行列とする．次のことを示せ．

(1) $\det AB = 0$ のとき，0 はそれぞれ AB, BA の固有値である．

(2) $\det AB \neq 0$ のとき，0 は AB の固有値とならない．

(3) λ が AB の固有値ならば，λ は BA の固有値でもある．

[3] $Q_0(t) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $Q_n(t)$ は n 次式 $(n = 1, 2, 3)$ で

(a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \big(Q_n(t)\big)^2 dt = 1,$

(b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} Q_m(t) Q_n(t) dt = 0 \quad (0 \leqq m < n \leqq 3),$

(c) $Q_n(t)$ の t^n の係数は正

とする．このとき $Q_n(t)$ $(n = 1, 2, 3)$ を求めよ．

金沢大学理工学域 編入学試験	問　　題
科　目　名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 数学コース

［4］ 閉領域

$$\left\{(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \mid x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+y \leqq 1\right\}$$

上の関数

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + xy - x - y$$

の最大値と最小値を求め，最大値・最小値を与える点 (x,y) を求めよ．

［5］ λ を実数，$t > 0$ とする．このとき，閉領域

$$D_t = \left\{(x,y) \in \boldsymbol{R}^2 \mid x \geqq 0,\ x^2 + y^2 \leqq t^2\right\}$$

上で重積分

$$I(t) = \iint_{D_t} (1 + x^2 + y^2)^\lambda \, dxdy$$

を考える．次の問いに答えよ．

(1) $I(t)$ を具体的に t の式で表せ．

(2) $t \to +\infty$ としたとき，$I(t)$ の収束・発散を調べ，収束する場合はその極限値を求めよ．